

# L'incertitude et la prise de décision

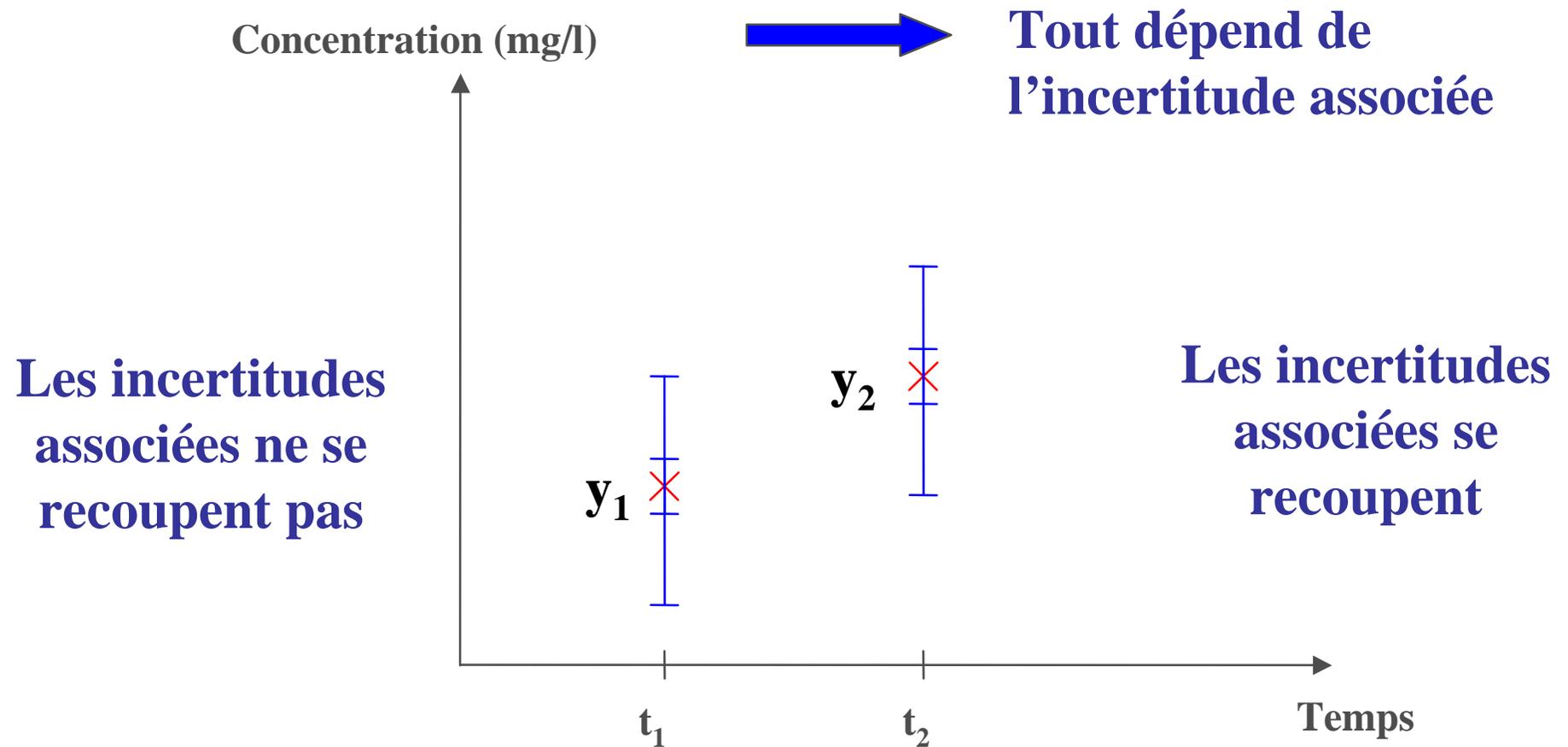
Séminaire AQUAREF

# A quoi sert l'incertitude ?

- Comparer deux résultats de mesure entre eux
- Comparer un résultat de mesure à un seuil réglementaire, un seuil de conformité, une limite de classification,...

# Comparaison de deux résultats de mesure

Ces deux résultats de mesure doivent-ils être considérés comme égaux ou différents ?



# Comparaison d'échantillons d'eau de rivière

## Concentrations en nitrate en mg/l

Observation	Y1 Mai	Y2 Septembre
1	10,4	10,7
2	11	11,1
3	9,9	10,2
4	10,8	11,5
5	8,5	11,4
Moyenne	10,12	10,98
Ecart-type	1,00	0,54

**Ces résultats sont ils comparables?**

# Comparaison des variances

- Hypothèse : les deux échantillons suivent des lois gaussiennes
- Hypothèse de test :  $\sigma_1 = \sigma_2$
- Test de Fisher-Snedecor, si l'hypothèse est vérifiée, le rapport des variances ne doit pas significativement différer de 1

- Statistique de test :

$$Z = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = \frac{1}{0,54^2} = 3,18$$

- Valeur seuil du test au seuil 5%:

$$f_{n_1-1; n_2-1}^{0.95} = 6.39 > Z$$

**Au seuil critique égal à 5%, on ne peut pas refuser l'hypothèse que les variances sont égales**

# Comparaison des moyennes

- Hypothèse : les deux échantillons suivent des lois gaussiennes (en pratique, test robuste au changement de loi)
- Hypothèse de test :  $m_1 = m_2$
- Test de Student

- Statistique de test : 
$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{n}}} = \frac{10,98 - 10,12}{\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{0,56^2}{4}}} = 1,5$$

- Valeur seuil du test au seuil 5% :  $t_{2n-2} = 2.31 > T$

**Au seuil critique égal à 5%, on ne peut pas refuser l'hypothèse que les moyennes sont égales**

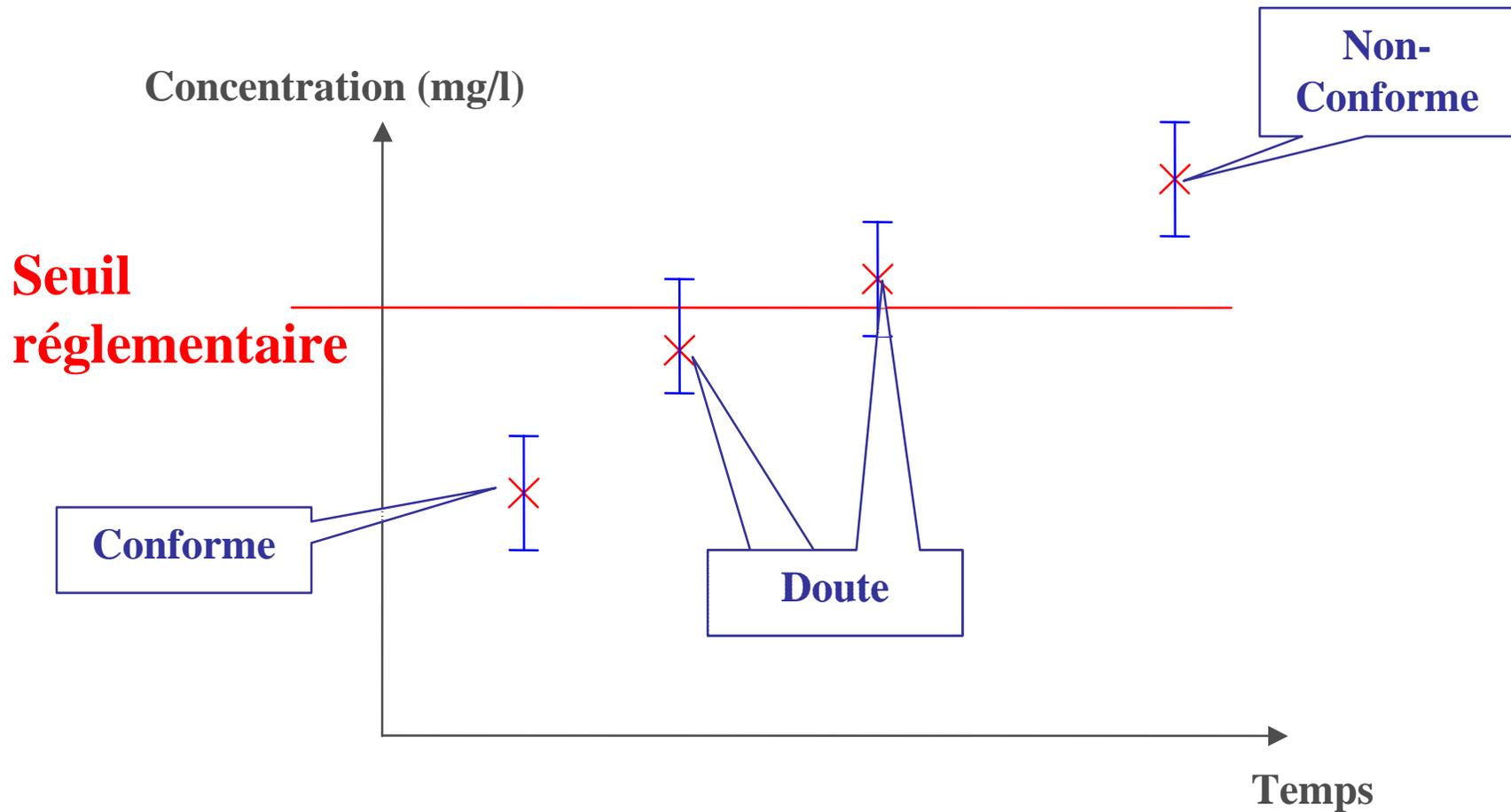
# Conclusion sur les échantillons d'eau

---

**Au seuil critique de 5%, on considère que les deux échantillons d'eau de rivière présentent des valeurs de concentrations en nitrate qui ne sont pas significativement différentes**

# Comparaison à un seuil réglementaire

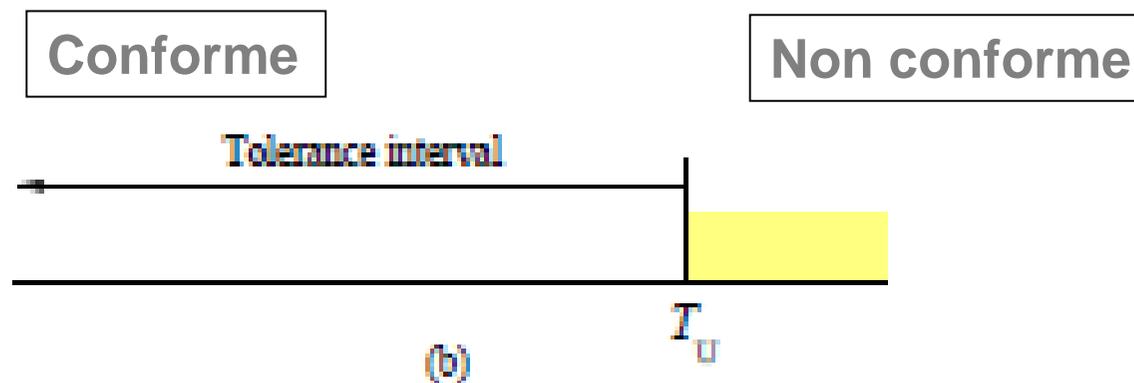
Objectif : Déclarer une conformité par rapport à un seuil



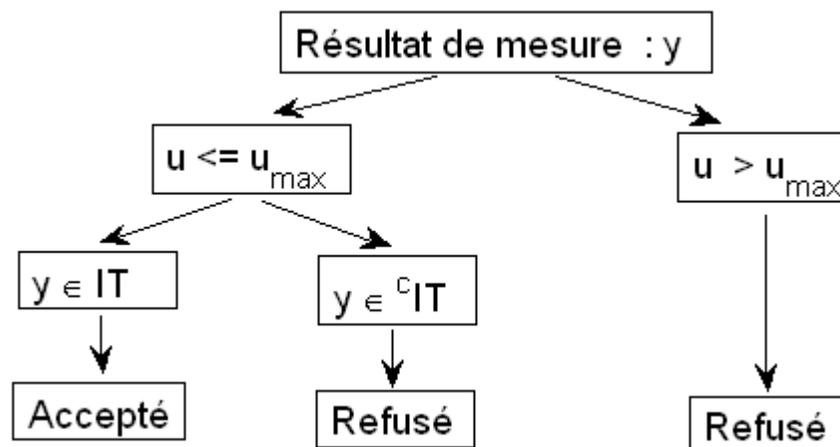
# Vocabulaire ISO/IEC GUIDE 98-4

- **Évaluation de la conformité :**  
Démonstration que des exigences spécifiques relatives à un produit, processus, système, personne ou organisme sont respectées.
- **Probabilité de conformité :**  
Probabilité qu'un objet respecte une spécification.
- **Tolérance**  
Longueur de l'intervalle de tolérance : intervalle des **valeurs vraies** admissibles.

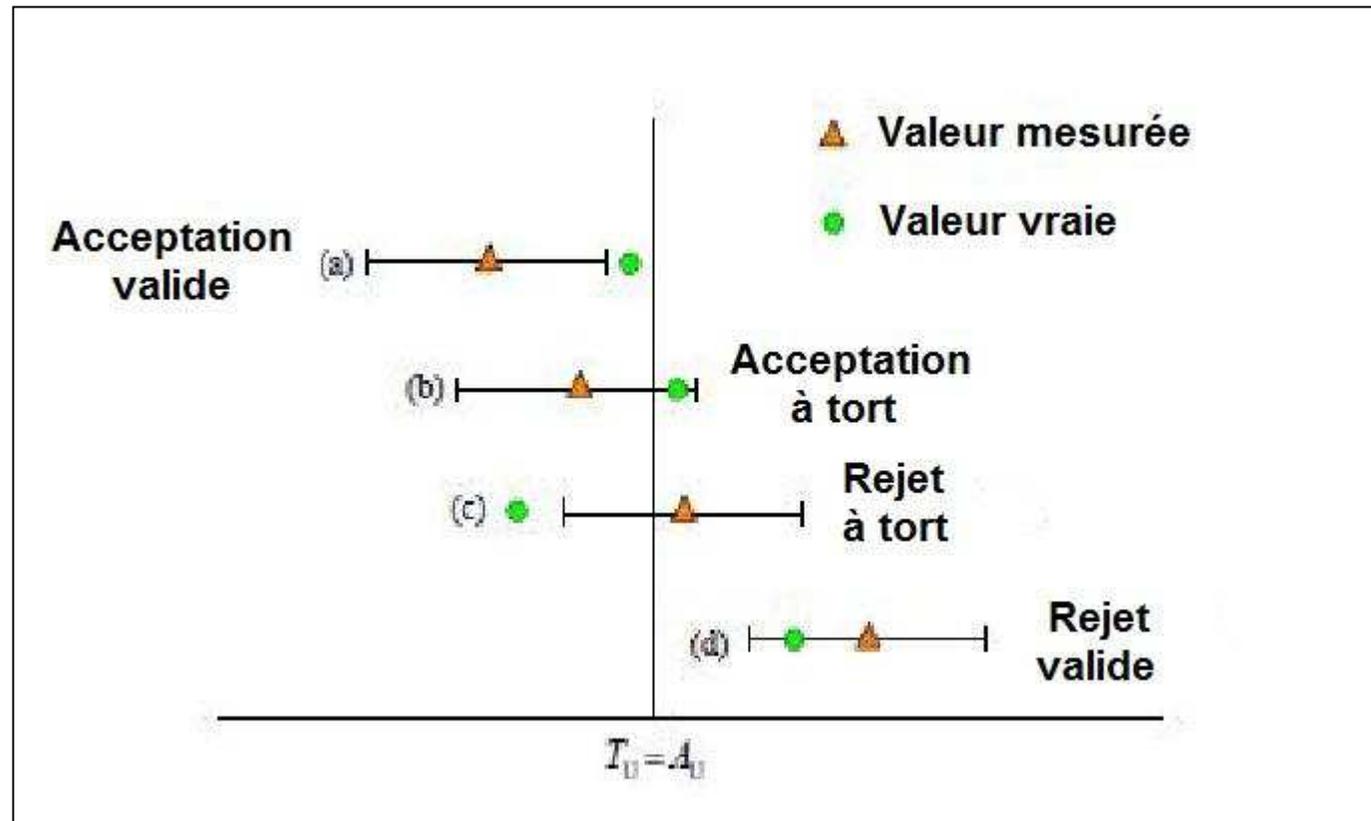
# Approche Risque partagé



Un seuil de tolérance et un seuil  $u_{\max}$  pour l'incertitude sont fixés.



# La décision de conformité



Règle de décision à définir : on peut calculer un risque associé

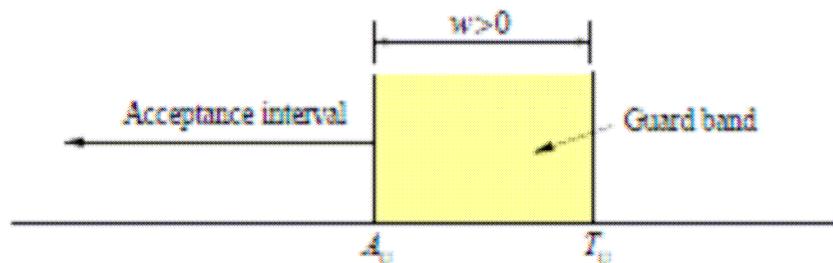
# Gestion du risque : intervalle d'acceptation

- Loi de probabilité utilisée pour modéliser l'information
- Risque partagé peut induire une erreur de 50 %
- Mise en place d'une garde

$$w = T_U - A_U$$

$$w = rU$$

- U incertitude élargie, r coefficient sans dimension

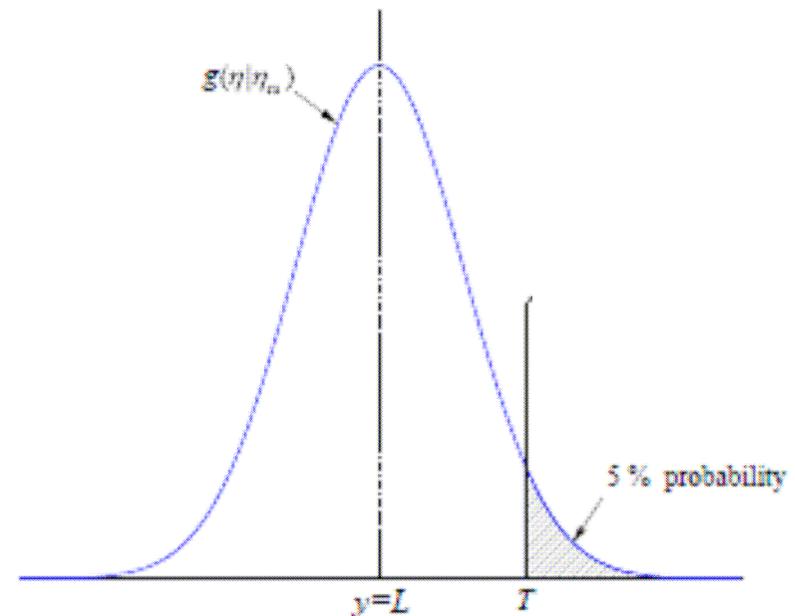


# Approche Gestion du risque

En pratique : recherche du **seuil d'acceptation L**, tel que pour une mesure de concentration  $y$  inférieure à  $L$ , **la probabilité que l'eau testée soit conforme** (c'est-à-dire que sa concentration est inférieure au seuil de tolérance  $T$ ) est au moins égale au niveau de probabilité exigé.

Démarche inverse possible:

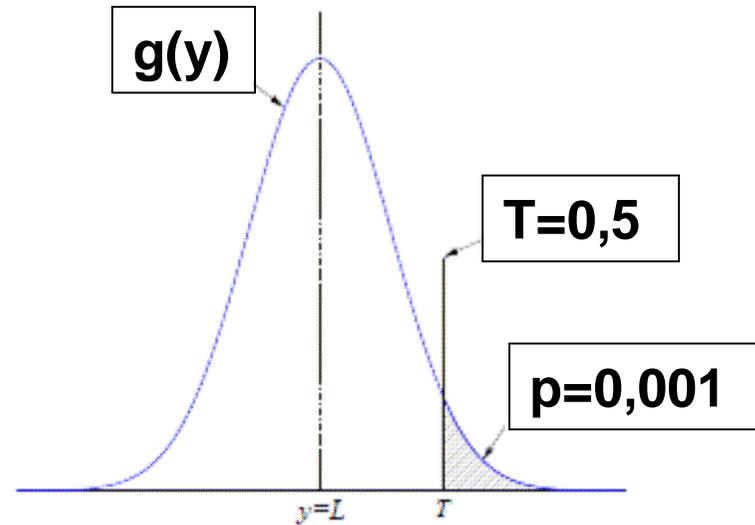
**pour un seuil d'acceptation préalablement fixé, quel est le risque de mauvaise déclaration associé ?**



# Evaluation de conformité d'une eau

- La réglementation impose un seuil de tolérance :  $T = 0,5 \text{ mg/l}$
- Le risque d'accepter à tort une eau conforme a été fixé à 0,1%
- Une mesure de concentration  $y_m$  avec une incertitude  $u$  a été faite
- Sous l'hypothèse gaussienne le d'acceptation  $L$  recherché est tel que:  
 $L + k \cdot u = T$   
avec  $k$  fractile de la loi normale tel que:

$$P(Y < y + k \times u) = 0.999$$



**Application numérique:**

$$y_m = 0,46 ; u(y) = 0,02$$

$$\text{Alors } L = 0,44 < y_m$$

**Au risque spécifié, cet échantillon d'eau ne pourra pas être déclaré conforme**

# Conclusion, évaluation de la conformité

- **Avantages :**

- **La prise de décision se fait en fonction d'un risque qu'on juge raisonnable d'accepter**
- **La prise de décision se fait en tenant compte de l'incertitude**
- **La garde, distance entre le seuil de tolérance et le seuil d'acceptation, permet de réduire le risque d'accepter à tort une eau non-conforme**