Cumuls de valeurs de mesures à bas niveau - Principes et applications

Stéphane Puydarrieux - AREVA NC La Hague

9 octobre 2014 - CETAMA - ESPCI ParisTech

AREVA
l'avenir pour énergie

Cumuls de mesures - Exemples

- **Moyenne des valeurs de mesures / d'analyses d'un échantillon**
- **Somme d'activités radiologiques ou de quantités d'un polluant chimique contenues dans les fûts de déchets d'un site de stockage**
- **Somme d'éléments chimiques ou d'activités radiologiques analysés dans des fractions différentes d'un même échantillon (phase aqueuse + solvant, phase aqueuse + lipidique, analyse de gaz par cascade de pots de barbotage, …)**
- **Bilan annuel des rejets de polluants dans l'environnement (métaux lourds, …), somme des rejets mensuels**
- **Moyenne de données décrivant l'état des pollutions radiologiques ou chimiques d'un site, d'un archipel, d'une région**
- **Bilan annuel de la dosimétrie individuelle du personnel**
- **Somme d'impuretés dans un produit fini**
- **…**



AREVA
l'avenir pour énergie

Cumuls de mesures - Pratiques courantes

- **Une valeur de mesure non significative (c'est-à-dire <SD en mesure nucléaire, <LD ou < LQ en chimie) ou négative (<0) est souvent :**
  - **Censurée à la source (au labo …)**
  - **Non rendue, non transmise, non communiquée, non affichée, …**
  - **Non conservée : la donnée de base « brute », avant « interprétation », est détruite**
  - **Substituée par « =0 », « <SD », « <LD », « <LQ/2 », « <LQ », … ou « < valeur numérique » par exemple « < 50 » sans préciser s'il s'agit du SD, de la LD ou de la LQ …**
  - **Remplacée par « =0 », « =SD », « =LD », « =LQ/2 », « =LQ », … pour le calcul du cumul**
  - **« La surveillance peut être abandonnée si la substance n'est pas détectée (<LD) lors des 3 premières analyses » (Arrêté Préfectoral des Hauts de Seine 2012-20 du 08/02/2012 relatif aux rejets de substances dangereuses), même principe pour l'action RSDE**
- **Pourtant, une valeur de mesure, même non significative, contient de l'information**
- **La censure et la substitution sont les pires pratiques d'un point de vue mathématique / statistique. Ce fait est universellement connu et reconnu depuis plus de 45 ans (L.A. Currie, *Analytical Chemistry* – 1968). Ce sont pourtant des pratiques courantes**

AREVA
l'avenir pour énergie

Examinons une série de 10 valeurs de mesures …

- **10 valeurs de mesures non significatives, et leur cumul (somme)**

mesure n°	mesures	SD	LD		rendu
1	6,99	8,56	17,11	<	17,11
2	7,00	7,67	15,33	<	15,33
3	6,24	10,86	21,73	<	21,73
4	6,94	7,07	14,15	<	14,15
5	7,72	8,95	17,90	<	17,90
6	-0,64	5,03	10,07	<	10,07
7	2,23	4,27	8,54	<	8,54
8	8,86	9,29	18,59	<	18,59
9	0,37	6,52	13,04	<	13,04
10	7,96	9,61	19,22	<	19,22
cumul				<	**155,68**

Mesure NS rendue < LD

mesure non significative (< SD)
mesure < 0

- **Quelle(s) information(s) nous livre cette série de mesures ?**

AREVA
l'avenir pour énergie

… et une autre série de 10 valeurs de mesures

- **10 valeurs de mesures non significatives, et leur cumul (somme)**

mesure n°	mesures	SD	LD		rendu
1	3,33	7,26	14,51	<	14,51
2	-0,77	6,55	13,11	<	13,11
3	1,40	3,99	7,98	<	7,98
4	0,39	6,23	12,45	<	12,45
5	3,09	12,74	25,48	<	25,48
6	5,61	8,52	17,04	<	17,04
7	0,89	3,73	7,46	<	7,46
8	1,71	5,05	10,11	<	10,11
9	2,50	8,65	17,29	<	17,29
10	2,56	7,90	15,80	<	15,80
cumul				<	**141,24**

Mesure NS rendue < LD

mesure non significative (< SD)
mesure < 0

- **Quelle(s) information(s) nous livre cette série de mesures ?**

AREVA
l'avenir pour énergie

Comparons ces 2 séries …

Série 1

mesure n°	mesures		rendu
1	6,99	<	17,11
2	7,00	<	15,33
3	6,24	<	21,73
4	6,94	<	14,15
5	7,72	<	17,90
6	-0,64	<	10,07
7	2,23	<	8,54
8	8,86	<	18,59
9	0,37	<	13,04
10	7,96	<	19,22
cumul		<	**155,68**

Série 2

mesure n°	mesures		rendu
1	3,33	<	14,51
2	-0,77	<	13,11
3	1,40	<	7,98
4	0,39	<	12,45
5	3,09	<	25,48
6	5,61	<	17,04
7	0,89	<	7,46
8	1,71	<	10,11
9	2,50	<	17,29
10	2,56	<	15,80
cumul		**<**	**141,24**

Mesure NS rendue < LD

mesure non significative (< SD)
mesure < 0

- **Quelle(s) différence(s) entre ces 2 séries de mesures ?**
  - **Pas de différence évidente a priori :**
  - **Aucune mesure n'est significative**
  - **1 mesure sur les 10 est négative**
  - **Les cumuls (sommes) sont du même ordre de grandeur**

AREVA
l'avenir pour énergie

Quelles étaient les 2 « réalités » mesurées ?

- La 1ère série de mesures :
  - La valeur vraie mesurée 10 fois vaut 5 …
  - Soit un cumul = 50 …
  - Nettement moins que les <155.68 déclarés !

mesures :	N(5;3)
SD :	N(6;3)
cumul réel :	10*5 = 50

- La 2ème série de mesures :
  - La valeur vraie mesurée 10 fois vaut 0 …
  - Soit un cumul = 0 …
  - Dans ce cas, il n'y a rien, et pourtant on « déclare beaucoup » (<141.24) …

mesures :	N(0;3)
SD :	N(6;3)
cumul réel :	10*0 = 0

- Dans ces 2 simulations, l'incertitude vaut 3, soit un cumul calculé à +/- 19 (au niveau de confiance = 95%)

AREVA
l'avenir pour énergie

Pourquoi de tels écarts avec la réalité?

1. **Parce qu'à bas niveau, les mesures sont très « bruitées » !**
2. **Parce que la substitution d'une valeur de mesure non significative (par une LQ, une LD, un SD, 0 ou une quelconque autre valeur) est statistiquement la pire des solutions et crée un biais important !**

- **Qu'est ce que des mesures à bas niveau peuvent nous apprendre sur la réalité ?**
- **Est-il possible de faire parler ces données « non significatives » ? Comment ?**
- **Quelles sont les règles pour exploiter de telles données ?**

AREVA
l'avenir pour énergie

Exploitation des valeurs de mesures non significatives

Règle 1

Ni censure, ni substitution !

- **Utiliser les valeurs de mesures non significatives, mêmes négatives ! Par exemple -3 ± 5 doit être conservée. Seules les valeurs « trop négatives » (physiquement aberrantes, rejetables) sont éliminées, comme par exemple -5 ± 1 : une telle valeur devrait alerter l'opérateur, elle peut indiquer un dysfonctionnement analytique …**
- **Des valeurs de mesures, même non significatives, permettent d'accéder à de nombreuses informations :**
  - **l'estimation de la valeur vraie la plus probable (avec l'incertitude associée à cette estimation)**
  - **les valeurs vraies extrêmes possibles (mini., maxi. à 95 ou 99.9% …)**
  - **la probabilité que la valeur vraie soit = 0 (l'échantillon ne contient pas l'élément recherché, …)**

AREVA
l'avenir pour énergie

Recommandations CETAMA
Guide « cumuls » du GT 11

- **Ne pas censurer les valeurs de mesures négatives ou nulles**
- **Ne pas censurer les valeurs de mesures < Seuil de Décision**
- **Ne pas substituer les valeurs de mesures < Seuil de Décision par quelque valeur que ce soit (0, SD, LD, LQ, …)**
- **Rendre**
  - **l'estimation de la valeur vraie (résultat de mesure) ou la valeur de mesure**
  - **l'incertitude associée**
  - **le seuil de décision et l'interprétation de la mesure (par exemple, « < SD, mesure non significative »**
- **Conserver l'ensemble des informations liées à la mesure pour des cumuls ou calculs ultérieurs**
- **Utiliser toutes les valeurs de mesures, significatives ou non, et même négatives, pour le calcul du cumul**

AREVA
l'avenir pour énergie

Recommandations L.A. Currie

- ***Detection and quantification capabilities in nuclear analytical measuremants*** **– 2008 :**
- **« Low-level results, thoses that are close to detection limits, deserves very careful attention : (…) because of the tendancy of some to report such data simply as 'non-detects' or 'zeroes' or 'less than' (upper limits). The recommandations of IUPAC in such cases are unambiguous : experimental results should not be censored, and they should *always* include quantitative estimates of uncertainty, following the guidelines of ISO-GUM. (…) 'ND' for not detected should never be used alone. »**
- **« There is near universal agreement that results of measurements and their uncertainties should be reported for *all* experimental data, including data in the region of the detection limit and bellow. Even in the case of what might be considered subliminal data (non detected, nd), the act of measurement adds information that ought to be preserved by avoiding truncation or censoring, if possible. »**

AREVA
l'avenir pour énergie

Recommandations MARLAP USA

- **« The laboratory should report each measurement result and its uncertainty as obtained even if the result is less than zero. The laboratory should never report a result as « less than Minimum Detectable Concentration (<LD) »**

  Multi-Agency radiological laboratory Analytical protocols manual (MARLAP), vol III EPA 402-B-04-001C, chapter 20, US Environmental Protection Agency

Cumul de mesures non significatives

Règle 2

Utiliser le seuil de décision du cumul !

- **Calculer le cumul des valeurs de mesures : somme, moyenne, moyenne pondérée, en utilisant toutes les valeurs de mesures, même non significatives, voire négatives**
- **Calculer le seuil de décision du cumul : SD_{cumul}**
  - **NB : Les seuils de décision suivent une algèbre d'écart-type (ils se composent, dans les opérations de cumuls, comme les incertitudes)**
- **Comparer le cumul à son seuil de décision SD_{cumul}**
  - **Un cumul de valeurs de mesures toutes non significatives peut être significatif !**
  - **Le cumul, significatif ou non, doit être rendu, comme tout résultat de mesure, interprété en comparaison aavec son SD_{cumul} et accompagné de son incertitude**

AREVA
l'avenir pour énergie

Seuil de décision d'un cumul de mesures - Règle de calculs

Main formulas used in decision threshold accumulation.

Experimental context	Measurand of interest	Associated threshold of decision	Limit of associated detection
single counting with $r = \frac{T_0}{T_S}$	$Net = Gross - \frac{BkG}{r}$	$Lc_{Net} = k_{1-\alpha}\sqrt{\left(1+\frac{1}{r}\right).\frac{BkG+1}{r}}$	$LD_{Net} = k_{1-\beta}^2 + 2Lc_{Net}$
single activity Measurement	$A = \frac{Net}{\varepsilon_i.\gamma_i.t}$	$Lc_{A_i} = \frac{Lc_{Net\,i}}{\varepsilon_i.\gamma_i.t}$	$LD_{A_i} = \frac{k_{1-\beta}^2 + 2Lc_{Net}}{\varepsilon_i.\gamma_i.t}$
Accumulation by summation of the counting values (case No. 1)	$Net_\Sigma = \sum_{i=1}^{n} Net_i$	$Lc_{\Sigma Net} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} Lc_{Net\,i}^2}$	$LD_{\Sigma Net} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} LD_{Net\,i}^2}$
Accumulation by average of the counting values	$\overline{Net}_n = \frac{\sum_{i=1}^{n} Net_i}{n}$	$Lc_{\overline{Net}_n} = \frac{1}{n}\sqrt{\sum_{i=1}^{n} Lc_{Net\,i}^2}$	$LD_{\overline{Net}_n} = \frac{1}{n}\sqrt{\sum_{i=1}^{n} LD_{Net}^2}$
Accumulation by summation of the measured activities	$\hat{A}_\Sigma = \sum_{i=1}^{n} \hat{A}_i$	$Lc\left(\sum_{i=1}^{n} \hat{A}_i\right) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} Lc_{A_i}^2}$	$LD\left(\sum_{i=1}^{n} \hat{A}_i\right) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} LD_{A_i}^2}$
Accumulation by weighted average of the measured activities (case No. 2)	$\hat{A}_{weigh.} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{u_i^2}.A_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{u_i^2}}$	$Lc\left(\hat{A}_{weigh.}\right) = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{Lc_{A_i}^2}}}$	$LD\left(\hat{A}_{weigh.}\right) = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{LD_{A_i}^2}}}$
Accumulation by weighted average of the measured activities with variations in the detection efficiency	$\hat{A}_{weigh.} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{u_i^2}.A_i}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{u_i^2}}$	$Lc\left(\hat{A}_{weigh.}\right) = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{Lc_{A_i}^2}}}$	$LD\left(\hat{A}_{weigh.}\right) = C.\sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{LD_{A_i}^2}}}$ $C = \frac{1}{1-k_{1-\beta}^2\sigma_{rel.\varepsilon}^2}$

Radioprotection Vol.47 – 2012 – A. Vivier & al.

SD d'une somme
=
somme quadratique des SD

SD d'une moyenne
=
(somme quadratique des SD) / n

AREVA
l'avenir pour énergie

Avec ces 2 règles, Examinons notre 1ère série de données

mesure n°	mesures	SD	LD		rendu
1	6,99	8,56	17,11	<	17,11
2	7,00	7,67	15,33	<	15,33
3	6,24	10,86	21,73	<	21,73
4	6,94	7,07	14,15	<	14,15
5	7,72	8,95	17,90	<	17,90
6	-0,64	5,03	10,07	<	10,07
7	2,23	4,27	8,54	<	8,54
8	8,86	9,29	18,59	<	18,59
9	0,37	6,52	13,04	<	13,04
10	7,96	9,61	19,22	<	19,22
cumul	**53,68**	**25,40**		<	**155,68**

mesures :	**N(5;3)**
SD :	**N(6;3)**
cumul réel :	**10*5 = 50**

mesure non significative (< SD)
mesure < 0

- **Le cumul est très significatif (> SD_{cumul}) : 53.68 > 25.40**
- **Cumul estimé = 53.68 +/- 19, ou [34.68 ; 72.68]**
- **La valeur vraie 50 est dans l'intervalle de confiance**
- **Le cumul rendu « < 155.68 » était excessivement majorant**
- **Le cumul rendu « < 155.68 » laissait entendre que le cumul pouvait être nul, ce qui est probablement faux, puisqu'il est très certainement >34**

AREVA
l'avenir pour énergie

… et la 2ème série de données

mesure n°	mesures	SD	LD		rendu
1	3,33	7,26	14,51	<	14,51
2	-0,77	6,55	13,11	<	13,11
3	1,40	3,99	7,98	<	7,98
4	0,39	6,23	12,45	<	12,45
5	3,09	12,74	25,48	<	25,48
6	5,61	8,52	17,04	<	17,04
7	0,89	3,73	7,46	<	7,46
8	1,71	5,05	10,11	<	10,11
9	2,50	8,65	17,29	<	17,29
10	2,56	7,90	15,80	<	15,80
cumul	**20,74**	**23,70**	**47,41**	<	**141,24**

mesures :	**N(0;3)**
SD :	**N(6;3)**
cumul réel :	**10*0 = 0**

mesure non significative (< SD)
mesure < 0

- **Le cumul n'est pas significatif (< SD_{cumul}) : 20.74 < 23.70**
- **Le cumul peut être nul**
- **0 ≤ cumul estimé < 47.41, ou [0 ; 47.41[**
- **La valeur vraie 0 est dans l'intervalle de confiance**
- **Le cumul rendu « < 141.24 » était excessivement majorant**

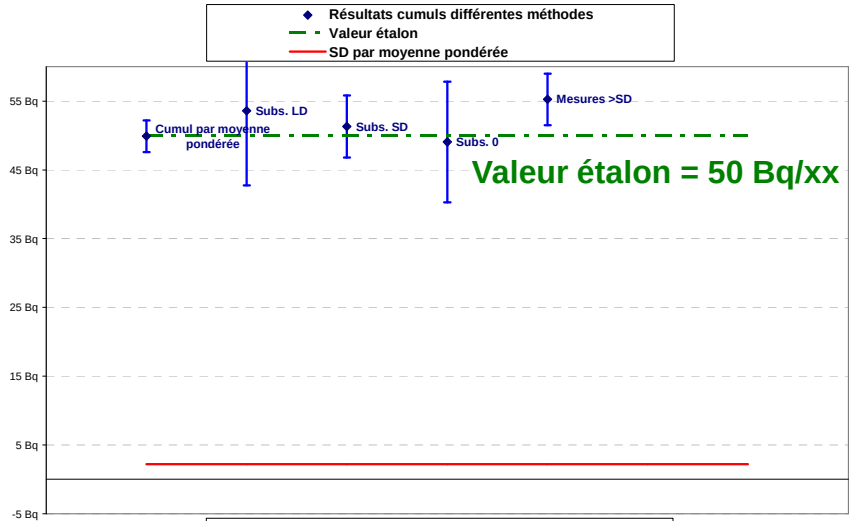
AREVA
l'avenir pour énergie

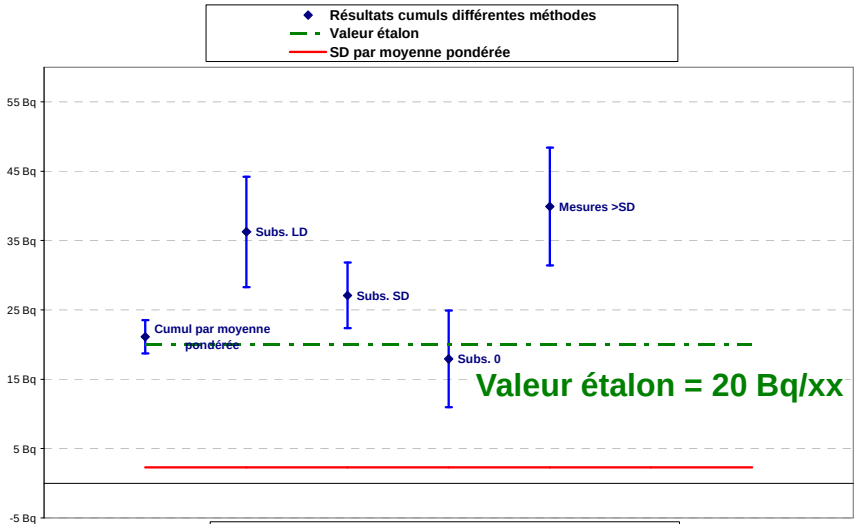
Simulations Monte Carlo cumul par moyenne pondérée

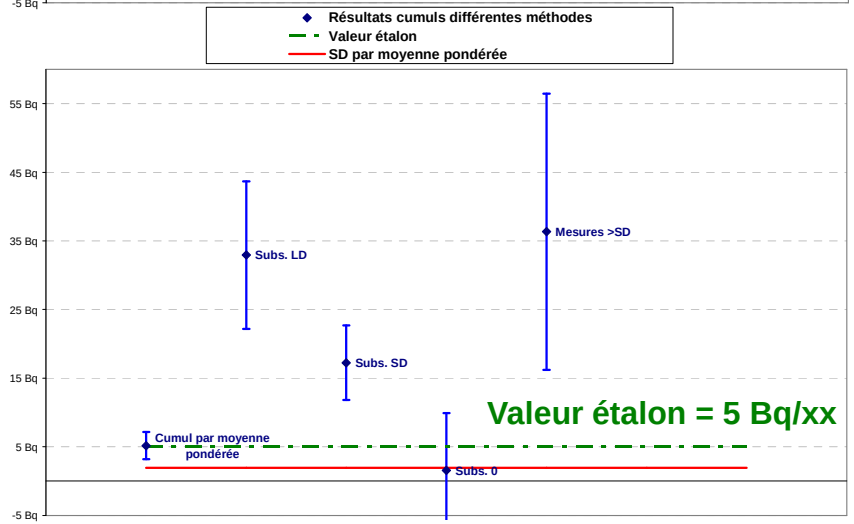
- **Activités vraies simulées :**
  - **50 Bq/xx (~ 80 % des mesures sont supérieures à leur SD)**
  - **20 Bq/xx (~ 40 % des mesures sont supérieures à leur SD)**
  - **5 Bq/xx (seulement 5 % des mesures sont supérieures à leur SD)**
  - **0 Bq/xx**
- **Pour chaque valeur d'activité simulée, comparaison des cumuls par moyenne pondérée, obtenus avec …**
  1. **L'ensemble des données et les règles préconisées ici**
  2. **Substitution des valeurs de mesures non significatives par LD**
  3. **Substitution des valeurs de mesures non significatives par SD**
  4. **Substitution des valeurs de mesures non significatives par 0**
  5. **Censure des mesures non significatives (seules les mesures > SD sont cumulées)**

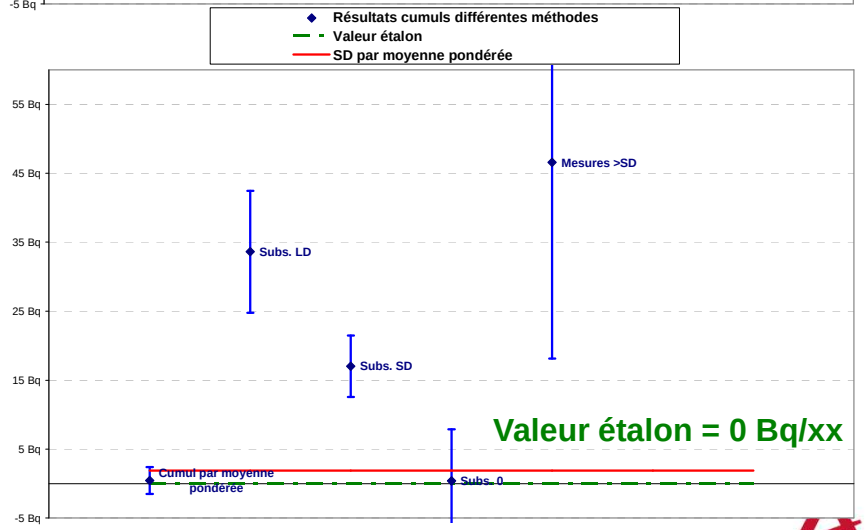
AREVA
l'avenir pour énergie

Simulations Monte Carlo cumul par moyenne pondérée





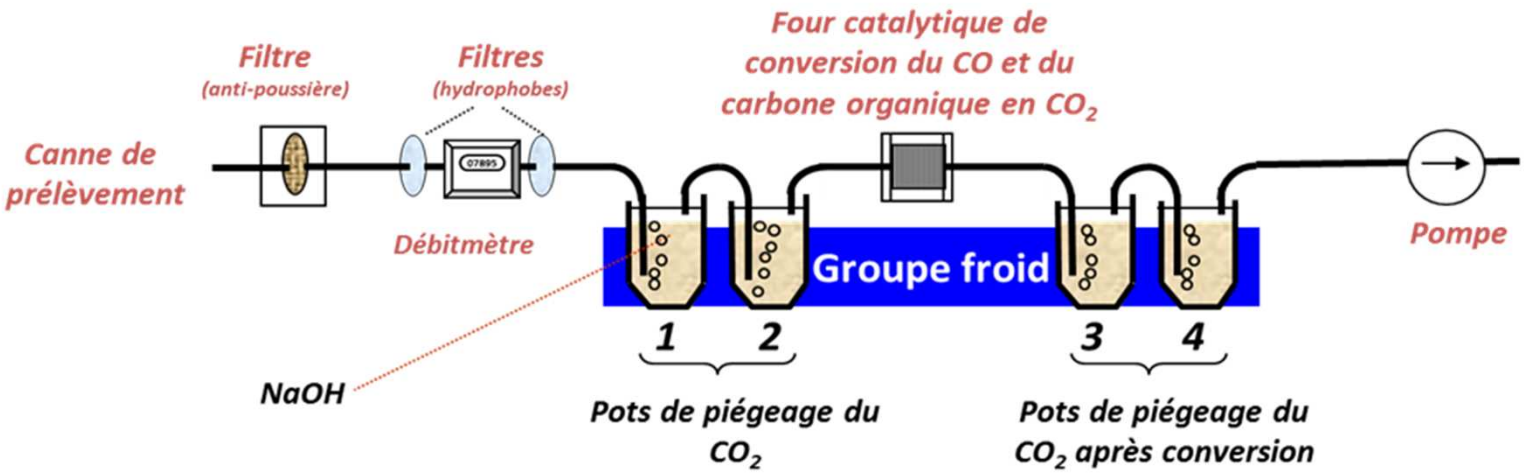




AREVA
l'avenir pour énergie

Exemple 1

- **Mesure de « l'activité du carbone 14 total en Bq/m^3 dans un rejet gazeux prélevé par barbotage pendant une durée de x jours »**



AREVA
l'avenir pour énergie

Valeurs de mesures

	S_D	L_D	Valeur de mesure	Incertitude (k=2)	Résultat rendu : significatif ou < L_D
Activité ^{14}C dans prélèvement B1 (Bq/m^3)	0,26	0,55	1,27	0,37	significatif
Activité ^{14}C dans prélèvement B2 (Bq/m^3)	0,27	0,57	0,13	0,28	< L_D
Activité ^{14}C dans prélèvement B3 (Bq/m^3)	0,27	0,57	0,14	0,29	< L_D
Activité ^{14}C dans prélèvement B4 (Bq/m^3)	0,27	0,59	0,13	0,29	< L_D

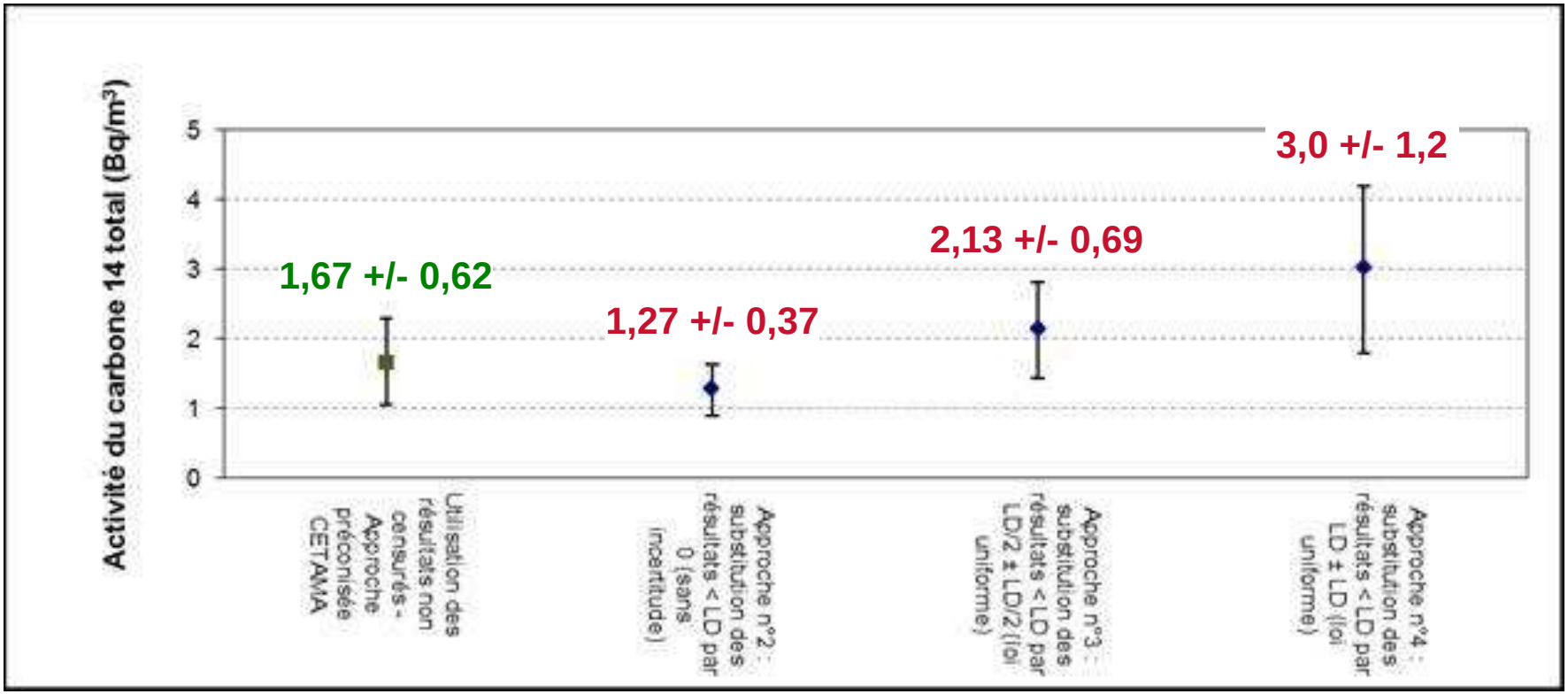
AREVA
l'avenir pour énergie

Exploitation des mesures

- **3 mesures sur 4 sont Non Significatives (< SD)**
- **Comparons l'approche préconisée par la CETAMA (utilisation de toutes les valeurs de mesures) avec 3 approches courantes du calcul du cumul**
  1. **Substitution des valeurs de mesures non significatives par 0**
  2. **Substitution des valeurs de mesures non significatives par LD/2**
  3. **Substitution des valeurs de mesures non significatives par LD**

AREVA
l'avenir pour énergie

Calculs du cumul (somme)



AREVA
l'avenir pour énergie

Exemple 2

- **Mesure d'activité du césium 137 dans des mollusques filtreurs des lagons polynésiens, les bénitiers**
- **Mesurande étudié : « l'activité moyenne du césium 137 de 6 échantillons de bénitiers prélevés annuellement en Polynésie, en Bq/kg (masse sèche) »**



AREVA
l'avenir pour énergie

Valeurs de mesures

	S_D	L_D	Valeur de mesure	Incertitude (k=2)	Résultat rendu : significatif ou < L_D
Activité ^{137}Cs dans prélèvement 1 (Bq.kg^{-1})	$7{,}0.10^{-3}$	14.10^{-3}	$8{,}2.10^{-3}$	$8{,}6.10^{-3}$	significatif
Activité ^{137}Cs dans prélèvement 2 (Bq.kg^{-1})	$3{,}5.10^{-3}$	$7{,}0.10^{-3}$	$5{,}8.10^{-3}$	$4{,}4.10^{-3}$	significatif
Activité ^{137}Cs dans prélèvement 3 (Bq.kg^{-1})	$7{,}8.10^{-3}$	16.10^{-3}	$6{,}0.10^{-3}$	$9{,}4.10^{-3}$	< L_D
Activité ^{137}Cs dans prélèvement 4 (Bq.kg^{-1})	$5{,}7.10^{-3}$	12.10^{-3}	$-3{,}3.10^{-3}$	$6{,}8.10^{-3}$	< L_D
Activité ^{137}Cs dans prélèvement 5 (Bq.kg^{-1})	$3{,}5.10^{-3}$	$7{,}0.10^{-3}$	$0{,}2.10^{-3}$	$4{,}2.10^{-3}$	< L_D
Activité ^{137}Cs dans prélèvement 6 (Bq.kg^{-1})	$8{,}0.10^{-3}$	16.10^{-3}	$18{,}8.10^{-3}$	$9{,}8.10^{-3}$	significatif

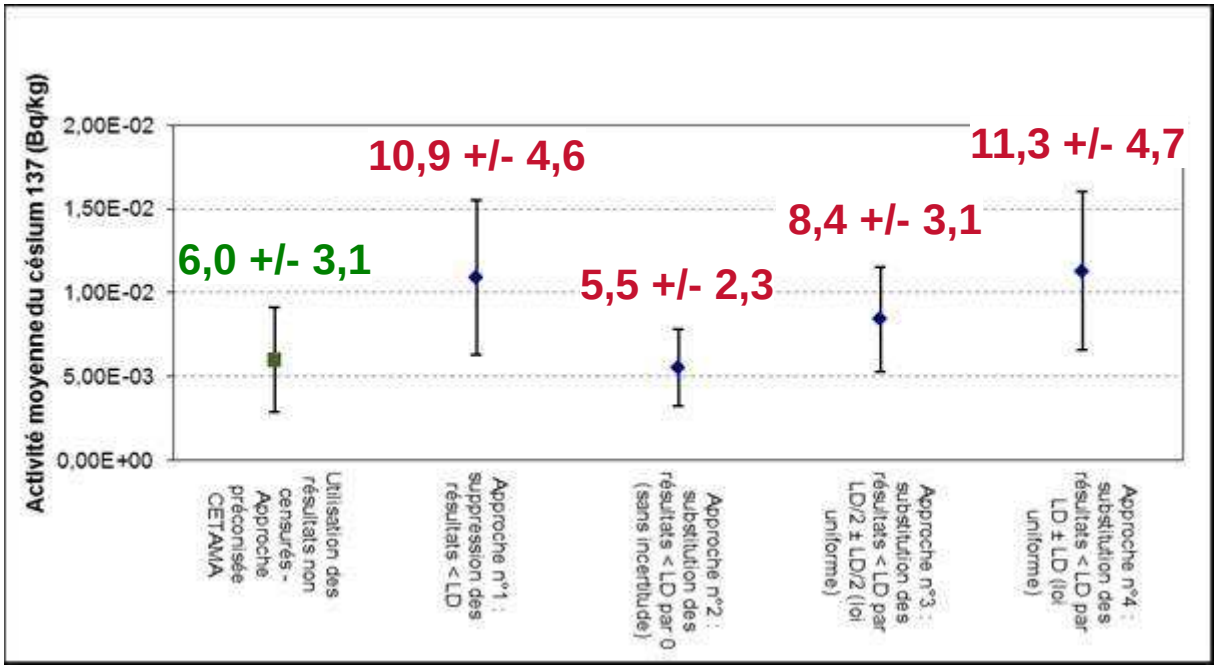
AREVA
l'avenir pour énergie

Exploitation des mesures

- **3 mesures sur 6 sont Non Significatives (< SD)**
- **Comparons l'approche préconisée par la CETAMA (utilisation de toutes les valeurs de mesures) avec 4 approches courantes du calcul du cumul**
  1. **Censure des résultats non significatifs**
  2. **Substitution des valeurs de mesures non significatives par 0**
  3. **Substitution des valeurs de mesures non significatives par LD/2**
  4. **Substitution des valeurs de mesures non significatives par LD**

AREVA
l'avenir pour énergie

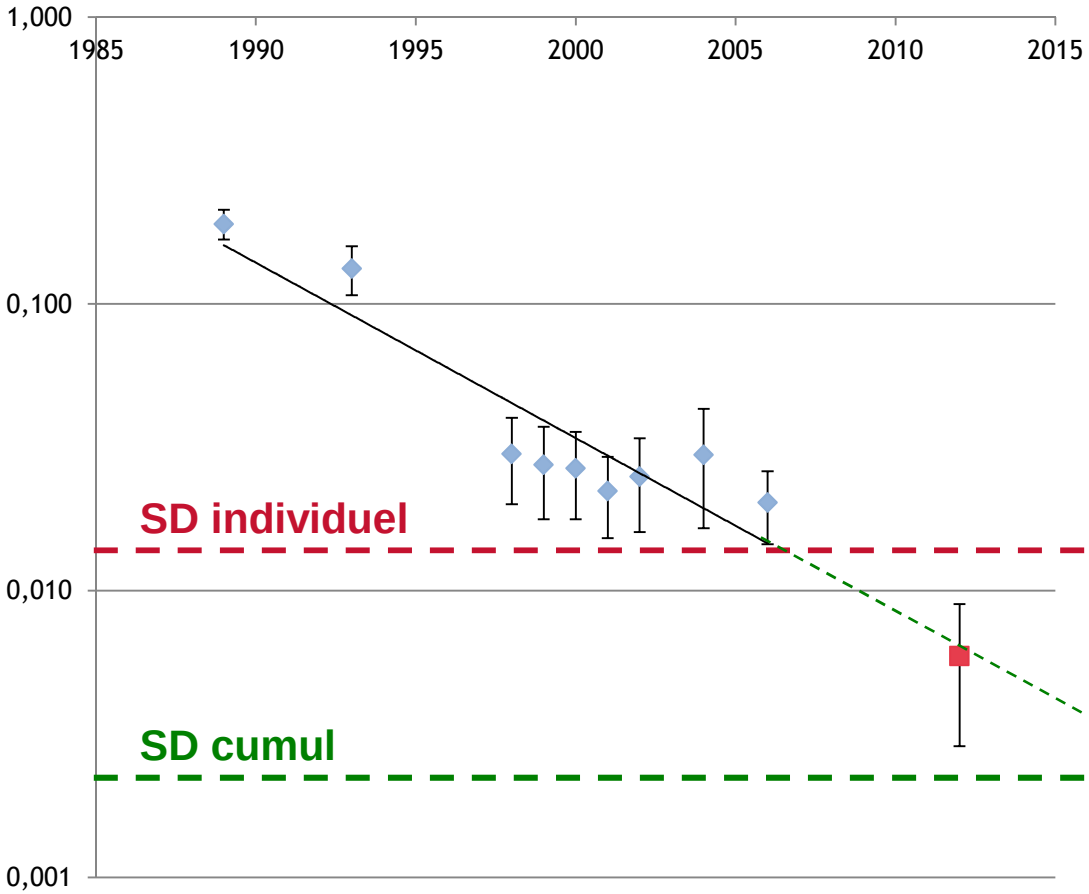
Calculs du cumul (moyenne)



résultats.10^{-3} Bq/kg

AREVA
l'avenir pour énergie

Intérêt du SD_{cumul}



- **Le résultat établi à partir des données non censurées, n'est pas observable avec les autres approches**

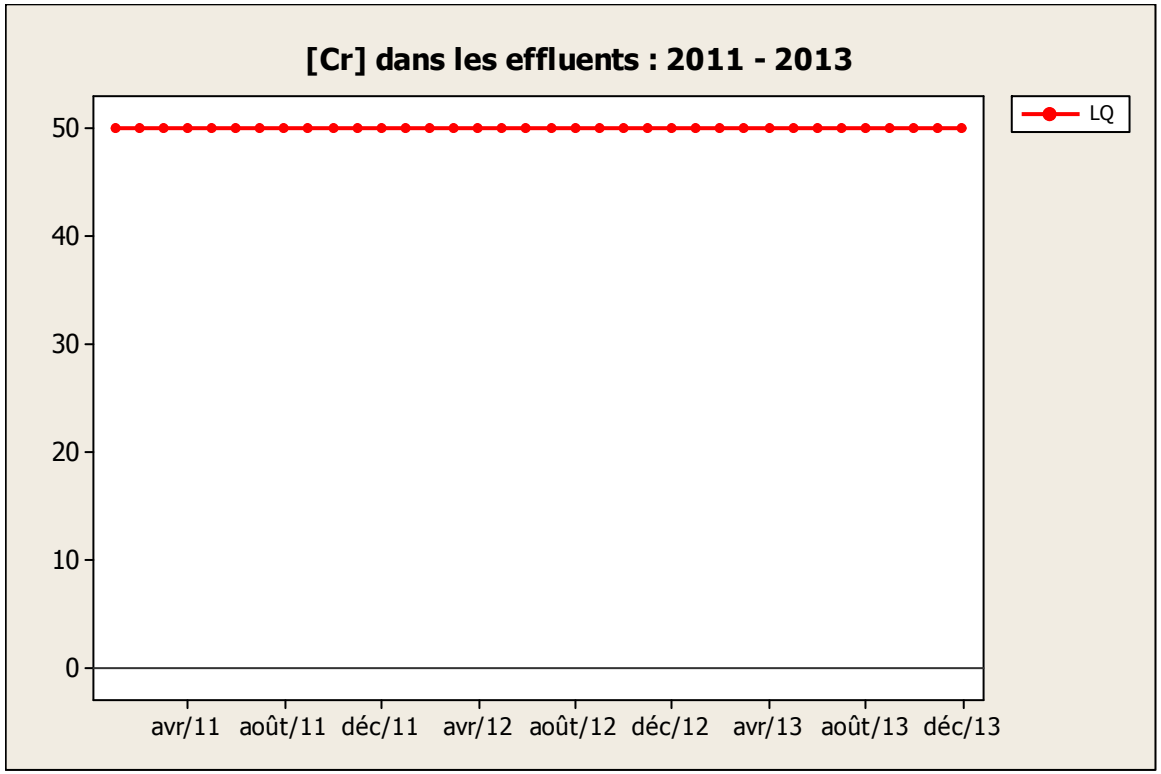
AREVA
l'avenir pour énergie

Exemple 3

- **Analyses d'espèces chimiques dans des effluents industriels**
- **Une autre pratique courante est étudiée ici : la substitution de mesures à bas niveau (< LQ), mais pourtant significatives (> SD) …**

AREVA
l'avenir pour énergie

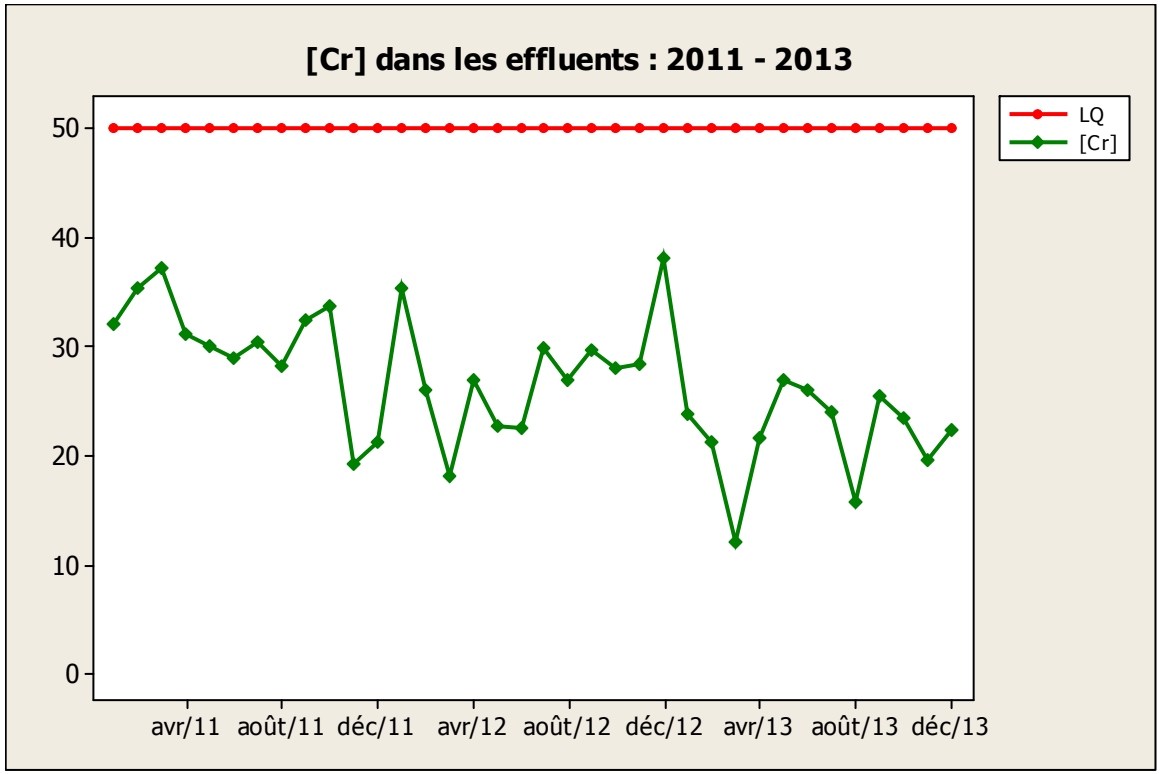
[Cr]
2011 - 2013



- **[Cr] rendues en Limite de Quantification « enveloppe », à 50 µg/l**

AREVA
l'avenir pour énergie

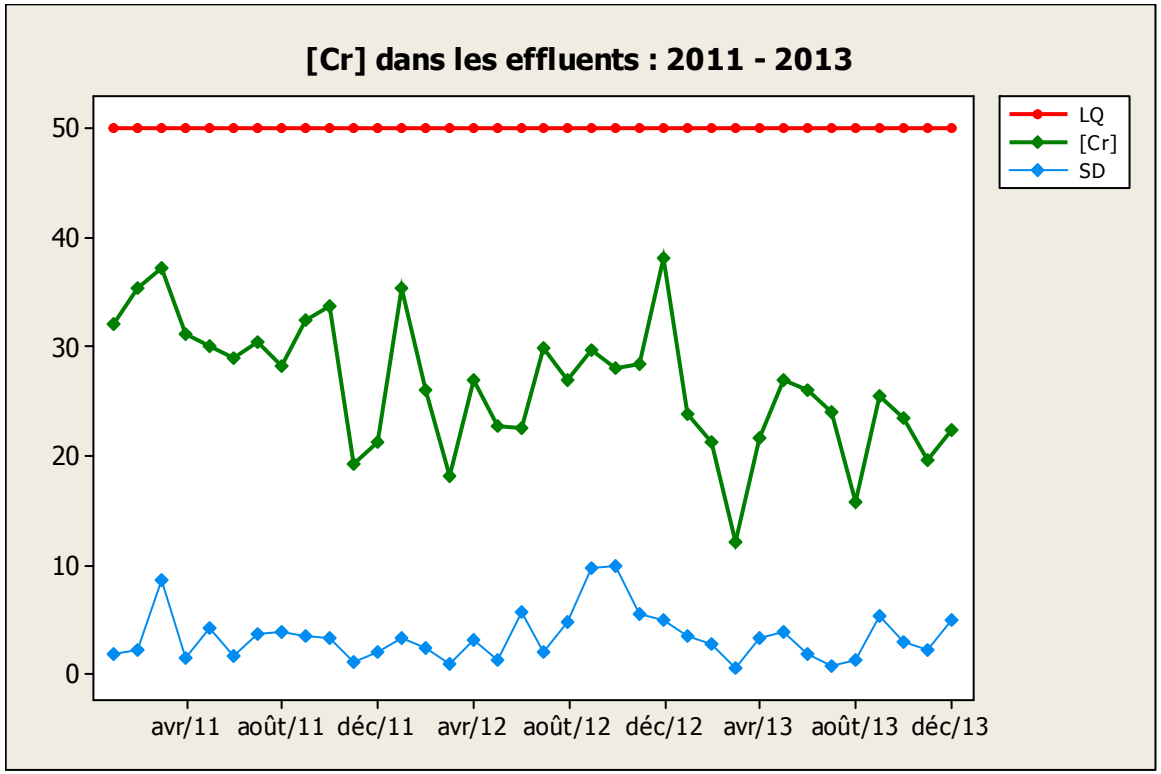
[Cr]
2011 - 2013



- **Les valeurs de mesures des [Cr] sont toutes < LQ**

AREVA
l'avenir pour énergie

[Cr]
2011 - 2013



- **Les valeurs de mesures des [Cr] sont toutes significatives : [Cr]>SD**
- **[Cr]>SD ⇒ [Cr]>0**
- **La substitution n'a vraiment aucune justification …**

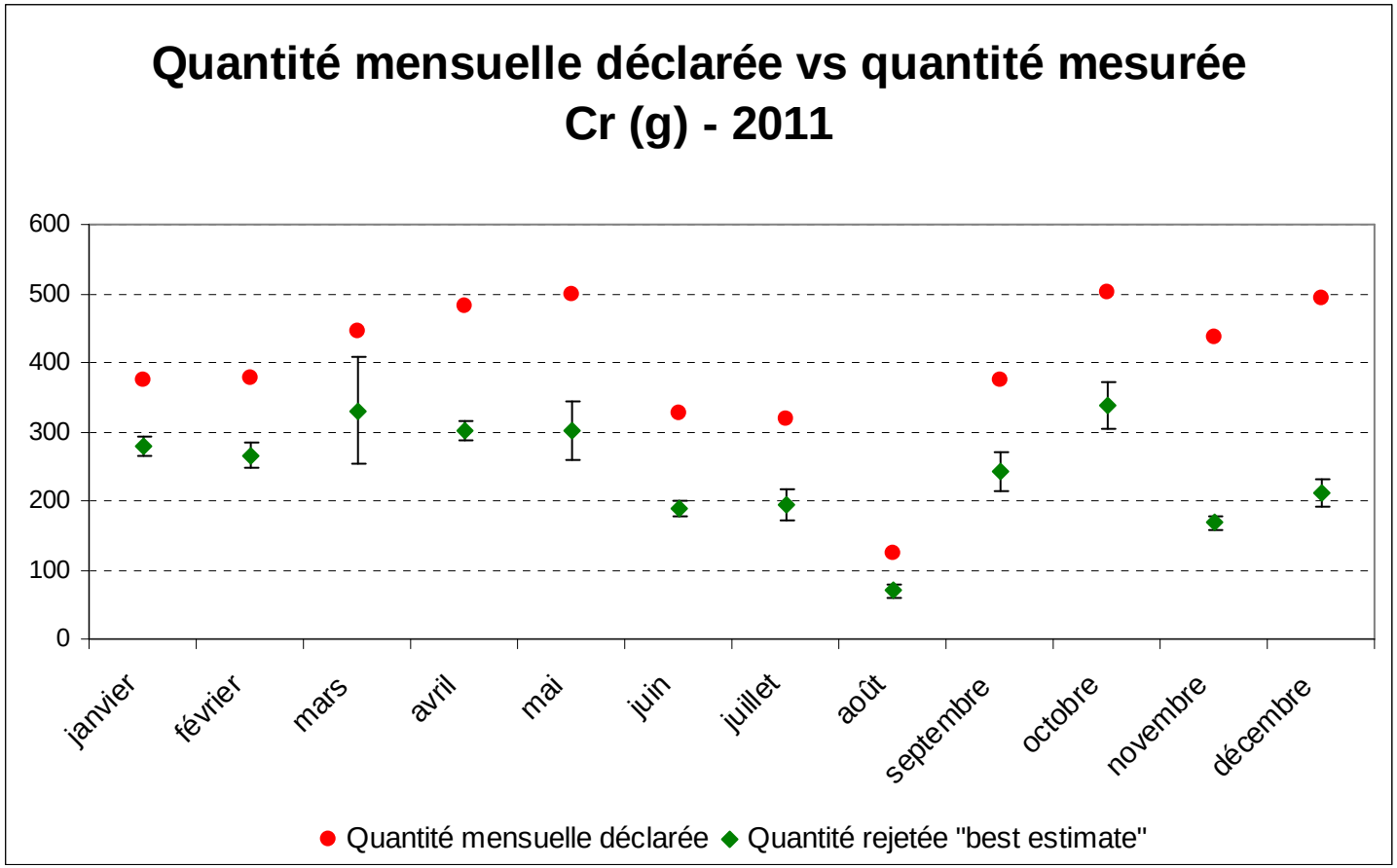
AREVA
l'avenir pour énergie

[Cr]
2011 - 2013

- **Les résultats d'analyses des [Cr] pourraient être rendus en utilisant les valeurs et les incertitudes des mesures**
- **Soit par exemple :**
  - **Août 2013 : [Cr] = 15.8 +/- 1.3 µg/l**
  - **Décembre 2013 : [Cr] = 22.3 +/- 5.0 µg/l**
- **Au lieu du rendu actuel :**
  - **Août 2013 = Décembre 2013 :**
  - **[Cr] < 50 µg/l**
  - **Et considéré [Cr] = 50 µg/l pour le calcul et la déclaration des quantités mensuelles rejetées : [Cr] * volume d'effluents rejetés**

AREVA
l'avenir pour énergie

Rejets Cr 2011



AREVA
l'avenir pour énergie

Rejets Cr 2011 - 2013

- **La substitution induit un biais, une surestimation de la quantité de Cr déclarée rejetée :**
  - **En 2011 : 4751 g déclarés rejetés, au lieu de 2890 +/- 110 g, soit + 65 %**
  - **En 2012 : 4984 g déclarés rejetés, au lieu de 2780 +/- 170 g, soit + 79 %**
  - **En 2013 : 5081 g déclarés rejetés, au lieu de 2300 +/- 100 g, soit + 121 %**
- **Sur la période étudiée, les rejets estimés diminuent significativement (-20%), alors que les rejets « déclarés » augmentent (le rejet « déclaré » est proportionnel au volume rejeté)**
- **La diminution significative de la [Cr] dans les effluents (de 32 µg/l début 2011 à 22 µg /l fin 2013), est masquée par les pratiques de substitution …**
- **Sur l'ensemble des espèces chimiques analysées dans les effluents, plus de 90% des résultats sont substitués par une LQ « enveloppe » très majorante**

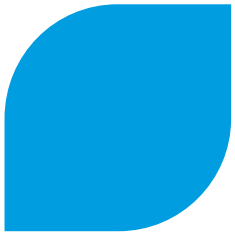
AREVA
l'avenir pour énergie

Conclusion

- **2 règles :**
  1. **Ni censure, ni substitution : exploiter toutes les données**
  2. **Calculer et utiliser le seuil de décision du cumul**
- **Ces 2 règles permettent une estimation du cumul plus juste, plus fidèle, et souvent avec une incertitude plus petite !**
- **Des pratiques de censure et de substitution très répandues, (parfois imposées par la réglementation), induisent des biais importants dans l'estimation des cumuls**
- **Les pratiques de substitution masquent des informations pourtant accessibles à partir des données existantes :**
  - **l'estimation de la valeur vraie la plus probable (avec l'incertitude associée à cette estimation)**
  - **L'estimation des valeurs vraies extrêmes possibles (mini. et maxi. à 95 ou 99.9% …)**
  - **la probabilité que la valeur vraie soit = 0 (que l'échantillon ne contienne pas l'élément recherché, …)**

AREVA
l'avenir pour énergie

Merci à …



Eric Bohaud	ANDRA
Vincent Bruel	AREVA
Marielle Crozet	CEA
Guillaume Manificat	IRSN
Marcel Mokili	SUBATECH
Benoit Philippot	EDF
Cédric Rivier	CEA
Bernard Thaurel	IRSN
Alain Vivier	CEA

- Membres du GT 11 CETAMA - Méthodes statistiques, groupe « cumuls »

AREVA
l'avenir pour énergie